ANEXO 2

MODELOS DE PROPAGACIÓN DE OLEAJE

OLUCA-RD, OLUCA-SP

A.2 MODELOS DE PROPAGACIÓN DE OLEAJE. OLUCA-RD, OLUCA-SP

Antes que nada, es de aclarar que tanto el texto como el desarrollo de este anexo ha sido realizado por el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas, GIOC, de la Universidad de Cantabria. Su inclusión en el informe tiene la única finalidad de dar más claridad sobre los modelos utilizados para el desarrollo del proyecto.

A.2.1 Introducción

Conocer el oleaje en una zona costera es de vital importancia para los ingenieros de costas. El oleaje que se propaga por zonas costeras de poca profundidad es modificado de forma importante por la batimetría del fondo, la refracción, asomeramiento, disipación de energía y difracción entre otras, son manifestaciones de dichas interacciones. El conocimiento sobre estos procesos físicos, alcanzado en los últimos años ha permitido simular dichos procesos en los modelos numéricos de propagación de olaje.

Desde el punto de vista práctico de la Ingeniería de Costas, podríamos hablar de dos tipos de modelos: (1) aquellos que propagan oleaje monocromático (propagación de un tren de ondas de una única frecuencia y amplitud); y (2) los que propagan un espectro de energía asociado a un oleaje irregular aleatorio. El primer tipo de modelos generalmente se utiliza para caracterizar el patrón de oleaje en una zona de estudio, su bajo costo computacional permite propagar un alto número de trenes de ondas monocromáticas, las cuales se obtienen a partir de los regímenes medios direccionales del oleaje en el área. Estos modelos representan bastante bien el patrón de oleaje, no obstante, tienden a sobreestimar las alturas de ola en profundidades reducidas, con lo cual, deben ser aplicados con cautela a la hora de diseñar estructuras costeras. Dentro de este grupo se ubica el modelo numérico OLUCA-RD, el cual es un modelo de propagación de oleaje monocromático débilmente no lineal.

El segundo tipo de modelos permite conocer en una zona de estudio la altura de ola estadísticamente representativa de un estado de mar (oleaje irregular aleatorio). Este tipo de modelos son bastante precisos en el cálculo de las alturas de ola, requiriendo un alto coste computacional; razones por las cuales generalmente se aplican en la propagación de casos extraordinarios o en aquellos casos en los cuales se requiere obtener con una gran precisión los regímenes de oleaje en una zona de la costa, como es el caso del diseño de estructuras marinas. Dentro de este grupo se encuentra el modelo OLUCA-SP, el cual es un modelo espectral no dispersivo que resuelve la fase.

Estos modelos han sido contrastados mediante casos con solución analítica, ensayos de laboratorio y mediciones de campo. Han sido aplicados en más de 80 proyectos de la costa española y americana, como también en numerosos proyectos de investigación y con fines docentes en la Universidad de Cantabria; experiencia que ha permitido comprobar el buen funcionamiento de los programas.

Con el fin de hacer del OLUCA-RD y el OLUCA-SP aplicaciones ingenierilmente amigables, se han incluido los modelos dentro del programa denominado MOrfodinámica de PLAyas a corto plazo (MOPLA), el cual incluye:

- Una interfaz flexible e interactiva por sistemas de menús, que facilita al usuario generar y manejar los archivos, tanto de entrada como de salida, la generación automática de mallas, y la visualización e impresión de gráficos de resultados.
- Modelos de corrientes en playas (COPLARD-2DH, COPLASP-2DH).
- Modelo de transporte de sedimentos y evolución del fondo marino (MOPLA-2DH).
- Interfaz de interacción entre modelos.

El OLUCA-RD y OLUCA-SP se han desarrollado con base en los modelos REF/DIF1 (Kirby et al. 1986b) y REF/DIF S (Kirby et al. 1994) del Center for Applied Coastal Research, Department of Civil Engineering, Newark, Delaware (USA), desarrollados inicialmente para ser aplicados en casos analíticos con fines de investigación y/o docentes. El Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas de la Universidad de Cantabria ha modificado estos modelos incluyendo mejoras en el método numérico de resolución y condiciones de contorno, ampliando su aplicación a proyectos de ingeniería de costas.

En este documento se describen las características de los modelos teniendo en cuenta el planteamiento teórico del problema, condiciones iniciales y de contorno, hipótesis y limitaciones en su aplicación, y finalmente el esquema numérico. Para mayores detalles acerca del contenido de este documento, consultar como referencia los documentos G.I.O.C. (1999, 2000).

A.2.2 Interacción con otros modelos

Los programas de propagación de oleaje han sido diseñados para que sus archivos de salida puedan ser compatibles con otras aplicaciones desarrolladas por el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas de la Universidad de Cantabria, dentro de la cuales tenemos:

- *Modelo de corrientes en playas (COPLA-2DH):*

Los programas COPLARD-2DH y COPLASP-2DH resuelven numéricamente las ecuaciones del movimiento promediadas en el período de la onda e integradas en vertical. Calculan las variaciones de los tensores de radiación como agentes impulsores de las corrientes a partir de los resultados de los programas OLUCA-RD y OLUCA-SP, permitiendo también incorporar el viento o la marea como agentes impulsores.

- *Modelos de propagación de ondas de marea (H2D, H3D):*

Son modelos numéricos 2D y 3D que propagan una onda de marea en un estuario, bahía o zonas costeras, obteniéndose velocidades U, V, W (caso 3D) y sobreelevación de la superficie libre η. Estas corrientes unidas con las corrientes del COPLARD/SP, permiten obtener el campo de flujo en una zona costera.

- *Modelo de advección-dispersión (AD2D):*

Modelo numérico bidimensional que simula el transporte por advección y dispersión de sustancias en bahías, estuarios y zonas costeras.

- *Modelo de transporte de sedimentos por oleaje-corriente (MOPLA-2DH):*

Este modelo evalúa en una zona de la costa y/o un estuario, el transporte de sedimentos por fondo y suspensión teniendo en cuenta las formas de lecho, permitiendo la evolución del fondo marino a lo largo del tiempo. Estos procesos son simulados con base en los resultados de los modelos OLUCA-RD/SP, COPLA-RD/SP, H2D y H3D.

- *Sistema de Modelado Costero (SMC)*

Interfaz gráfica que permite determinar la forma en planta y perfil de equilibrio de una playa a largo plazo, como también la regeneración de su batimetría actual con la nueva playa en equilibrio.

A.2.3 Planteamiento teórico del problema

Los modelos de propagación de oleaje monocromático (OLUCA-RD) y de propagación de oleaje espectral (OLUCA-SP), han sido desarrollados con base en la formulación no-lineal de la aproximación parabólica de la refracción-difracción, con interacción oleaje-corriente, formulación propuesta por Kirby (1986a).

Estos modelos se clasifican dentro de los modelos no dispersivos en amplitud que resuelven la fase y son aplicables sobre batimetrías complejas en dirección a la costa. La batimetría puede incluir la formación de bajos en las desembocaduras de entradas costeras o estuarios, donde la refracción, difracción, asomeramiento, rotura por fondo e interacción ola-corriente son de forma simultánea importantes.

El modelo OLUCA-RD requiere como condición inicial en el contorno exterior (mar adentro), un oleaje definido por una onda (altura de ola, período y dirección), la cual es propagada mediante el modelo parabólico en una malla rectangular sobre la batimetría. De manera análoga, el modelo OLUCA-SP requiere como condición inicial del oleaje en el contorno exterior, un estado de mar direccional, el cual se representa mediante un espectro bidimensional discretizado en componentes de energía frecuenciales y direccionales, las cuales se propagan de manera simultánea mediante el modelo parabólico.

Dado que los dos modelos se basan en la misma aproximación parabólica, a continuación se presentan diferentes formulaciones de propagación de oleaje y el modelo parabólico.

Posteriormente, se hablará acerca de las diferencias de su aplicación tanto para el caso de oleaje monocromático, como el caso espectral.

- *Modelos de refracción y difracción*

La refracción del oleaje determinada mediante las técnicas del trazado de los rayos, utilizando el principio de Fermat y la ecuación de la conservación de la energía a lo largo de cada rayo no incluye la difracción de las ondas y, por lo tanto, resulta inadecuada cuando los efectos de la difracción son importantes. En efecto, frecuentemente, debido a las complejidades de la batimetría, los diagramas de rayos presentan múltiples intersecciones, lo que lleva a dificultades en la interpretación, dado que la teoría predice amplitud de onda infinita en los puntos de intersección.

La difracción del oleaje alrededor de estructuras simples tales como rompeolas se ha resuelto analíticamente para fondo de profundidad constante, Sommerfeld (1886). En el caso de estructuras cilíndricas, McCamy y Fuchs (1954) presentaron la solución para fondo plano horizontal. Estas soluciones no dan sólo la altura de onda en el área abrigada por la estructura, sino que con ellas se obtiene también el oleaje reflejado por ella. Versiones generalizadas de estos problemas de difracción, utilizando técnicas numéricas como el método de la función de Green, han dado lugar a potentes procedimientos de cálculo de fuerzas del oleaje sobre estructuras en aquellos casos en los que la fuerza de arrastre es mucho menor que la de inercia.

Una práctica generalizada para incorporar los efectos de la difracción ha sido el suspender los de la refracción en aquellas áreas donde la difracción es dominante y utilizar la solución analítica de Sommerfeld para fondo plano horizontal. Fuera del área de difracción predominante, se desprecian los efectos difractivos y sólo se considera la refracción. Esta metodología es claramente inexacta, pero permite la inclusión de la difracción de una manera aproximada.

Los modelos combinados de refracción/difracción incluyen ambos efectos explícitamente y, por lo tanto, permiten el modelado del oleaje en aquellas regiones donde la batimetría es irregular y/o donde los efectos de la difracción son importantes. Las situaciones en las que los rayos se cruzan debido a concentraciones locales, provocando cáusticos, se tratan adecuadamente por medio de estos modelos sin que se predigan amplitudes infinitas.

Los modelos de refracción/difracción combinada son apropiados para el cálculo de las alturas de ola y su dirección en aquellas áreas donde están presentes ambos fenómenos. Como ejemplos, se puede indicar los casos del cálculo del oleaje que penetra en una bahía, o el abrigo producido por una isla cercana a la costa.

El modelo parabólico de refracción/difracción débilmente no lineal que se presenta en este apartado se basa en un desarrollo de Stokes de las ecuaciones que definen el problema de las ondas en el agua, se obtiene a partir de las formulaciones de pendiente suave e incluye una aproximación hasta el tercer orden de la velocidad de fase de la onda o celeridad. La amplitud de la onda se aproxima hasta el segundo orden (Liu and Tsay; 1984). Es necesario indicar que el modelo no contiene todos los términos de tercer orden de un desarrollo de Stokes. Además, el modelo permite determinar el efecto de corrientes dadas sobre la propagación del oleaje.

La aplicación del modelo teórico a situaciones prácticas incluye el uso de una aproximación parabólica, lo que restringe el uso del modelo a los casos donde la dirección de propagación del oleaje está dentro de ± 55° alrededor de una dirección de propagación dominante. Los modelos desarrollados en forma de una ecuación parabólica no tienen en cuenta el oleaje reflejado por las estructuras, lo que quiere decir que el fenómeno de la reflexión del oleaje no se reproduce correctamente. La aproximación parabólica se resuelve por medio de una técnica de diferencias finitas para la amplitud de la onda, resultando un sistema en matrices tridiagonales que son, desde el punto de vista de la computación, muy rápidas de invertir.

- *Ecuación de la pendiente suave*

El problema de la propagación de ondas sobre batimetría irregular es tridimensional e involucra complicadas condiciones de contorno no lineales. Por este motivo, existen muy pocas soluciones al problema tridimensional y todas ellas lo son para fondo plano horizontal. En dos dimensiones, los sofisticados modelos de Chu and Mei (1970) y Djordjevic and Redekopp (1978) predicen el comportamiento de ondas de Stokes sobre batimetría con variación suave. Para la simplificación del problema tridimensional, Berkhoff (1972), entre otros, hizo notar que la mayor parte de las propiedades de las ondas progresivas lineales podrían ser predichas mediante un modelo ponderado integrado verticalmente.

La ecuación a la que llegó Berkhoff (1972) se conoce con el nombre de "mild slope equation" es decir, ecuación de pendiente suave. La ecuación puede escribirse en función del desplazamiento de la superficie libre, $\eta(x, y)$, mediante la utilización de un operador de gradiente horizontal como:

$$\vec{\nabla}\left(c\, c_g\, \vec{\nabla}\,\eta\right)+\sigma^2\frac{c_g}{c}\eta=0 \qquad 1 \qquad (1)$$

donde:

$$\vec{\nabla}=\frac{\partial}{\partial x_j} \qquad j=1,2$$

$$c=\sqrt{\left(\frac{g}{k}\right)\tanh kh} \qquad = \qquad \text{Celeridad de la onda}$$

$$c_g=c\frac{\left(1+\frac{2kh}{\sinh 2kh}\right)}{2} \qquad = \qquad \text{Celeridad de grupo}$$

Donde h(x,y) es la profundidad local de agua, y g la aceleración de la gravedad. El número de onda local k(x, y), está relacionado con la frecuencia angular, σ, y la profundidad, h, mediante la relación de dispersión lineal:

$$\sigma^2=g\,k\tanh kh \qquad 2 \qquad (2)$$

El perfil de la onda viene dado por:

$$\eta = A(x,y)\, e^{i\sigma t} \quad 3\ (3)$$

Donde, A(x, y) es la amplitud compleja con información sobre la fase y la amplitud real de la onda.

Berkhoff (1972) fue el primero en obtener una ecuación de propagación para ondas de pequeña amplitud en zonas con profundidad suavemente variable. Posteriormente, dicha ecuación se amplió para incluir también los efectos de corrientes por Booij (1981) y Kirby (1983). Se han utilizado diferentes métodos matemáticos para obtener las ecuaciones para pendientes suaves. Mientras que Luke (1967), Booij (1981) y Kirby (1983) utilizaron un principio variacional, otros autores han aplicado métodos basados en perturbaciones.

Numerosos autores han aplicado la ecuación de la pendiente suave a diversos casos, principalmente utilizando técnicas de diferencias finitas, ver como ejemplos Jonsson and Skovgaard (1979), Bettes and Zienkiewicz (1977) y Houston (1981).

Radder (1979) desarrolló para la ecuación de la pendiente suave una aproximación parabólica que tiene varias ventajas sobre la forma elíptica presentada por Berkhoff (1972). Primero, no son necesarias las condiciones de contorno en el extremo inferior del recinto de integración y, segundo, permite técnicas de resolución muy eficientes por medio de un modelo en diferencias finitas. Radder (1979) utilizó una técnica de partición de matrices, que implica la separación del campo de ondas en una onda propagándose hacia adelante y otra hacia atrás, despreciándose posteriormente esta segunda (lo que se justifica porqué en la mayoría de las aplicaciones sólo tiene interés la onda que se propaga hacia adelante). La aproximación de Radder (1979) para las derivadas transversales en la dirección normal a la de propagación, impone una restricción a su modelo parabólico: las ondas deben propagarse dentro de los ± 45º alrededor de la dirección principal de propagación. Booij (1981) desarrolló también un método para la partición de la matriz de la ecuación elíptica, pero su procedimiento incluye más términos en la aproximación de las derivadas transversales y, por lo tanto, su método permite al modelo parabólico manejar ondas dentro del rango de ± 55º alrededor de la dirección supuesta. Este procedimiento de Booij es el que se utiliza en el modelo de oleaje monocromático OLUCA-RD y el modelo espectral OLUCA-SP.

La aproximación parabólica débilmente no lineal a la ecuación de pendiente suave viene dada por:

$$c_g \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y} + i(\bar{k} - k) c_g A + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c_g}{\sigma}\right) A - \frac{i}{2\sigma} \frac{\partial}{\partial y}\left[p \frac{\partial A}{\partial y}\right] - i\sigma k^2 D |A|^2 \frac{A}{2} = 0 \quad 4(4)$$

Donde:

p = c cg

$\bar{k}$ = Número de onda de referencia, tomado como la media a lo largo del eje y.

D = Forma parte del término no lineal, y se define como:

$$D = \frac{(\cosh 4kh + 8 - 2\tanh^2 kh)}{8\,\mathrm{senh}^4(kh)} \quad 5\ (5)$$

- *Modelos combinados de refracción/difracción.*

Los predecesores del OLUCA-RD y el OLUCA-SP fueron desarrollados por Kirby (1983) y Kirby and Dalrymple (1983a), el primero mediante una aproximación Lagrangiana y los segundos mediante una técnica de escalas múltiples.

Estos modelos rellenaron el hueco entre los modelos no lineales de difracción y la ecuación lineal de la pendiente suave. Este modelo se puede escribir de diferentes maneras dependiendo de la aplicación. Para aplicaciones dependientes del tiempo se utiliza la forma hiperbólica y para problemas estacionarios, la forma elíptica. Ambas requieren del uso de condiciones de contorno en todos los laterales del dominio del modelo.

Estas condiciones son difíciles de establecer, puesto que la reflexión no es conocida a priori. Estos modelos tienen, sin embargo, la ventaja de que no presentan restricciones para la dirección del oleaje.

Kirby and Dalrymple (1984a) muestran una comparación entre su modelo débilmente no lineal de (1983a) y datos de laboratorio. Los ensayos de laboratorio, realizados en el Delft Hydraulics Laboratory por Berkhoff, Booij and Radder (1982), consistieron en la determinación de la amplitud de las ondas sobre un bajo en un fondo con pendiente. Mientras los resultados predichos por Berkhoff, Booij and Radder (1982) mediante el trazado de los rayos resultaron ser una muy pobre aproximación a los ensayos, la predicción obtenida con el modelo de Kirby and Dalrymple (1984a) fue excelente.

Las comparaciones entre los modelos parabólicos lineales y no lineales demostraron la importancia de los términos no lineales dispersivos en las ecuaciones.

- *Modelos de interacción oleaje/corrientes.*

Utilizando una aproximación Lagrangiana, Booij (1981) desarrolló una versión de la ecuación de la pendiente suave que incluye los efectos de una corriente. En este modelo las corrientes se suponían débiles y cualquier producto entre velocidades de corriente era despreciado. Kirby (1984a) presentó la forma corregida de su modelo de la ecuación de pendiente suave para incluir corrientes. El término no lineal fue añadido por Kirby and Dalrymple (1983b) y en este artículo presentaron los resultados de modificación de las ondas al atravesar un chorro de corriente. La ecuación de pendiente suave modificada para una corriente débil que presentaron es:

$$(c_g + U)A_x + VA_y + i(\bar{k} - k)(c_g + U)A + \frac{\sigma}{2}\left[\left(\frac{c_g + U}{\sigma}\right)_x + \left(\frac{V}{\sigma}\right)_y\right]A$$

$$-\frac{i}{2\sigma}\left((p - V^2)A_y\right)_y - i\sigma\frac{k^2}{2}D|A|^2 A = 0 \qquad 6 \ (6)$$

Donde p = c cg y $\bar{k}$ = número de onda de referencia, tomando como el promedio del número de onda a lo largo del eje y, U es la velocidad media de corriente en la dirección de la coordenada x y V en la dirección y. El término no lineal incluye D, que es:

$$D = \frac{\left(\cos h\, 4\, kh + 8 - 2 \tan h^2\, kh\right)}{8\, sen\, h^4\, (kh)}$$

Por último, Kirby and Dalrymple (1985) han desarrollado una versión no lineal del modelo parabólico que incluye corrientes fuertes, con base en una formulación Lagrangiana (principio variacional) descrita por Luke (1967), para un fluido no viscoso e irrotacional con una superficie libre. Operando el modelo descrito en Kirby & Dalrymple (1983a,b) se llega a la siguiente ecuación parabólica para la amplitud compleja A:

$$(c_g + U)\frac{\partial A}{\partial x} + V\frac{\partial A}{\partial y} + i(\bar{k} - k)(c_g + U)A + \frac{\sigma}{2}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{c_g + U}{\sigma}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{V}{\sigma}\right)\right]A \quad 7$$

$$-\frac{i}{2}\frac{\partial}{\partial y}\left[(c\,c_g - V^2)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right] + \frac{i}{2}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[UV\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[UV\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right]\right\}$$

$$+\frac{1}{4k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(c\,c_g - V^2\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right] + 2i\frac{\partial}{\partial x}\left[\sigma V\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right]\right\}$$

$$-\frac{\beta}{4}\left\{2i\omega U\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A}{\sigma}\right) + 2i\sigma V\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{\sigma}\right) - 2UV\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right\}$$

$$-\frac{\beta}{4}\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(c\,c_g - V^2\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right] + \frac{i}{4k}\left[\frac{\partial}{\partial y}(\omega V) + 3\frac{\partial}{\partial x}(\omega U)\right]\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{A}{\sigma}\right)$$

$$+\alpha A + \frac{\gamma A}{2} + \frac{i\sigma}{2}G\left(|A|, kh\right)A = 0 \quad (7)$$

siendo:

$$\beta = \frac{1}{k^2}\frac{\partial k}{\partial x} + \frac{1}{2k^2(cc_g - U^2)}\frac{\partial}{\partial x}\left[k\left(cc_g - U^2\right)\right]$$

y donde A = A (x, y) es la función compleja de la amplitud de la onda, α la disipación por rotura del oleaje, γ la disipación por fricción en el fondo, $G(\,|A|, kh)$ es una función no lineal con la amplitud, $\vec{U} = (U,V)$ es el vector velocidad de la corriente, ω es la frecuencia angular absoluta, σ es la frecuencia angular intrínseca, c es la celeridad de fase o de la onda, cg es la celeridad de grupo, k es el número de onda y $\bar{k}$ es el número de onda de referencia medio a lo largo del eje y.

Esta ecuación es la discretizada en el modelo monocromático OLUCA-RD, la cual permite propagar una onda definida por su amplitud, frecuencia y dirección como condición inicial. El desarrollo y las operaciones que se requieren para llegar hasta esta ecuación son muy extensos y no se ha creído apropiado describirlos detalladamente. Dicho desarrollo puede encontrarse en las referencias: Kirby and Dalrymple (1985), y Kirby (1986a).

Aplicando el principio "Minimax", la ecuación (7) ha sido extendida por Kirby (1986c), permitiendo ángulos de propagación mayores con respecto al eje x. La ecuación oleaje-corriente extendida que gobierna la refracción, difracción, asomeramiento y disipación de una componente discreta con frecuencia j y dirección l, es la siguiente:

$$(C_{gj} + U)(A_{jl})_x - 2\Delta_1 V (A_{jl})_y + i(\bar{k}_j - a_0 k_j)(C_{gj} + U)A_{jl}$$

$$+\left\{\frac{\sigma_j}{2}\left(\frac{C_{gj} + U}{\sigma_J}\right)_x - \Delta_1 \sigma_j \left(\frac{V}{\sigma_j}\right)_y\right\} A_{jl}$$

$$+i\Delta'_j\left[\left((CC_g)_j - V^2\right)\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_y\right]_y$$

$$-i\Delta_1\left\{\left[UV\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_y\right]_x+\left[UV\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_x\right]_y\right\}$$

$$+\frac{-b_1}{k_j}\left\{\left[\left((CC_g)_j - V^2\right)\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_y\right]_{yx}+2i\left(\sigma_j V\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_y\right)_x\right\}$$

$$+b_1\beta_j\left\{2i\omega_j U\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_x+2i\sigma_j V\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_y-2UV\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_{xy}+\left[\left((CC_g)_j - V^2\right)\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_y\right]_y\right\}$$

$$-\frac{i}{k_j}b_1\left\{(\omega_j V)_y+3(\omega_j U)_x\right\}\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_x$$

$$-\Delta_2\left\{\omega_j U\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)_x+\frac{1}{2}\omega_j U_x\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)\right\}+ik_j\omega_j U(a_0-1)\left(\frac{A_{jl}}{\sigma_j}\right)$$

$$+\alpha A_{jl}+\frac{\gamma_j}{2}A_{jl}+\frac{i\sigma_j}{2}G_{jl}\left(|A|_{jl},k_j h\right)A_{jl}=0$$

(8)

Donde α y γ son los coeficientes de disipación de energía por rotura del oleaje y fricción por fondo respectivamente, las demás variables se definen como:

Ajl = A(x,y), función compleja de la amplitud, para una componente frecuencial j y direccional l

h = h (x, y), profundidad

$\vec{U}=(U,V)$, vector velocidad de la corriente en el eje x e y respectivamente

ωj, frecuencia angular absoluta de la componente j

σj, frecuencia angular intrínseca de la componente j

cj, celeridad de fase o de la ola de la componente j

cgj, celeridad de grupo de la componente j kj, número de onda local de la componente j

$\bar{k}_j$, número de onda medio en y de la componente j

$$\sigma_j = \omega_j - k_j U$$

$$\beta_j = \frac{1}{k_j^2}\frac{\partial k_j}{\partial x} + \frac{1}{2k_j^2\,(c_j\, c_{gj} - U^2)}\frac{\partial}{\partial x}\left[k_j\,(c_j\, c_{gj} - U^2)\right]$$

$$\Delta_1 = a_1 - b_1; \quad \Delta_2 = 1 + 2a_1 - 2b_1; \quad \Delta'_j = a_1 - b_1 \frac{\bar{k}_j}{k_j}$$

$$D_j = \frac{\cosh(4k_j h) + 8 - 2\tanh^2(k_j h)}{8 senh^4(k_j h)} \qquad (9)$$

Los coeficiente a0, a1 y b1 se escogen con base en el criterio de mínimo error aplicando el principio “Minimax”. Siguiendo Greene (1984), Kirby (1986c) describe la aplicación del principio de “Minimax” en problemas de superficie de ondas, las tablas con resultados de los coeficientes pueden ser consultados en dicha referencia. Los coeficientes dependen de un ancho de apertura permitido dependiendo de la dirección de las olas. Algunos de estos coeficientes se definen como:

Tabla 1. Rango de coeficientes a_0, a_1 y b_1 de acuerdo con aproximaciones parabólicas.

Aproximaciones parabólicas	a0	a1	b1
Simple: Radder (1979)	1	-0.50	0.00
Padde (1,1): Booij (1981), Kirby (1986c)	1	-0.75	-0.25
Minimax 70: Kirby (1986c)	0.994733030	-0.890064831	-0.451640568

Kirby (1986c) encontró que para rangos máximos (Minimax 70º) se obtienen resultados razonables dentro de los ángulos que típicamente se utilizan, pero mantiene reservas en cuanto a su aplicación en modelos numéricos, dado que todavía esta aproximación no ha sido suficientemente comprobada. Kirby (1994), recomienda el uso de Padde (1,1) el cual se ha implementado en el modelo espectral OLUCA-SP, obteniéndose resultados razonables dentro de los ±55º con el eje x.

A.2.4 Implementación del modelo parabólico en el OLUCA-RD

A continuación se describe brevemente como se ha implementado dentro del modelo de propagación de oleaje monocromático OLUCA-RD, el modelo parabólico de la ecuación (7).

- *Dispersión del oleaje debido a la altura de onda*

Desde que se presentaron los primeros modelos de la refracción y la difracción combinadas, se sigue investigando el desarrollo de estos modelos originales, basados en teoría lineal, para que den respuesta a varios fenómenos físicos reales no cubiertos todavía por dicha teoría. Entre los fenómenos que son de particular importancia destaca la no linealidad de las ondas, que provoca un aumento de la celeridad por efecto de la dispersión debida a la amplitud, y no sólo debida a la frecuencia, como ocurre en ondas lineales. Se ha demostrado, Kirby and Dalrymple (1983a), (1984a) que la consideración de fenómenos no lineales puede provocar una clara distorsión de los resultados a partir de unas pocas longitudes de onda.

Estrictamente hablando, el modelo OLUCA-RD se basa en un desarrollo de Stokes y, por lo tanto, está restringido a aquellas aplicaciones donde son válidas las ondas de Stokes. Una medida de la no linealidad es el parámetro de Ursell que viene dado por:

$$U = HL^2 / h^3 \tag{10}$$

Cuando este parámetro excede de 40, la solución de Stokes deja de ser válida. Para lograr que el modelo sea válido en profundidades mucho menores, se le implementa como opción una relación de dispersión empírica del tipo de la dada por Hedges (1976). Esta relación entre la frecuencia y la profundidad del agua es:

$$\sigma 2 = g\ k \tanh [kh + k\square A\square] \qquad (11)$$

En profundidades reducidas, esta ecuación converge con la de la onda solitaria, mientras que en profundidades indefinidas se aproxima asintóticamente a los resultados de la onda lineal, despreciando los efectos dispersivos. Por esta razón, se utiliza un modelo, con una relación de dispersión que da una transición suave entre la forma de Hedges (válida en profundidades reducidas) y la de Stokes (válida en profundidades indefinidas). El siguiente es el modelo híbrido propuesto por Kirby and Dalrymple (1986b):

$$\sigma^2 = gk(1 - f_1 k^2 |A|^2 D)\tanh(kh + f_2 k|A|) \qquad (12)$$

donde f1 y f2 dependen de (kh) y $|A|$ es la amplitud de la onda.

Como resultado de las diferentes relaciones de dispersión posibles, se dispone de tres opciones en el OLUCA-RD: (1) modelo lineal, (2) modelo híbrido Stokes-Hedges no lineal, y (3) modelo de Stokes. De estas opciones, la (2) cubre un rango mayor de profundidades de agua y alturas de ola que las otras.

- *Modelado de la disipación de energía*

En muchos casos, la simulación realista de la propagación de oleaje requiere la inclusión de efectos de disipación de energía, que introducen una ligera no linealidad. La presencia localizada de disipación de energía en el fondo o en algún punto de la columna de agua provoca la difracción del oleaje, así como su atenuación.

La inclusión de un término de disipación de energía en una ecuación de propagación fue estudiada por Skovgaard, Jonsson & Bertelsen (1975), quienes presentaron un modelo de disipación por fricción de fondo. Siguiendo esta idea, Booij (1981) y posteriormente

Dalrymple, Kirby & Hwang (1984) desarrollaron modelos parabólicos incluyendo dicho término de disipación.

Dalrymple, Kirby & Hwang (1984), siguiendo el método empleado por Booij (1981), introdujeron un factor de disipación γ en la ecuación de Berkhoff (1972):

$$\vec{\nabla}(c\,c_g\,\vec{\nabla}\phi)+(k^2 c\,c_g+i\sigma\gamma)\phi=0 \qquad (13)$$

- Disipación por fricción en el fondo

Siguiendo el razonamiento para la obtención de la ecuación parabólica de Radder (1979), separando las componentes incidente y reflejada, se llega a una ecuación parabólica con el término de disipación que se muestra en la ecuación (7):

$$+\frac{\gamma}{2}A \qquad (14)$$

donde γ, es la disipación de la energía, dividida por la energía (sus unidades son tiempo-1), la cual adopta diferentes expresiones dependiendo del origen de la disipación de energía. El modelo OLUCA-RD permite tres opciones de disipación por fondo: (1) capa límite laminar en superficie y fondo (ver Phillips, 1966); (2) capa límite turbulenta (ver Dean y Dalrymple, 1984); y (3) fondos porosos de arena (ver Liu y Dalrymple, 1984).

En el campo, las condiciones de oleaje son tales que la capa límite en el fondo es siempre turbulenta. En este caso, la disipación de energía se puede obtener utilizando el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach, f. Dean and Dalrymple (1984) demostraron que la disipación de energía para esta capa límite, viene dada por la expresión:

$$\gamma=\frac{2\sigma\ fk\left|A\right|(1-i)}{3\pi\sin h\,(2kh)\sin h\,(kh)} \qquad (15)$$

con $f=4\ f_{\omega}$, donde $f_{\omega}=0.01$ (f_{ω} es el coeficiente de Darcy-Weisbach para olas).

- Disipación por rotura del oleaje

En la ecuación (7) el término de disipación por rotura del oleaje se presenta mediante la relación:

$$+\alpha A \qquad (16)$$

Donde α es un coeficiente de disipación. Dally et al. (1985) demostraron que la razón de pérdida de flujo de energía del oleaje dependía del exceso de flujo de energía sobre un valor determinado. Este modelo ha sido probado en laboratorio para un determinado número de diferentes valores de la pendiente del fondo y predice muy bien la altura de ola en la zona de rotura. Kirby and Dalrymple (1985) demostraron que la disipación debida a la rotura del oleaje se puede expresar mediante:

$$\alpha = (KC_g(1-(\gamma\ h/H^2))/h \qquad (17)$$

donde K = 0.15 y γ = 0.4 son constantes empíricas determinadas por Dally et al. (1985). Aquí, la altura de ola viene dada por H = 2□A□. Utilizando este modelo de disipación y un índice de rotura (H > 0.78h) para determinar el inicio de la rotura, el OLUCA-RD es capaz de determinar el oleaje tanto fuera como dentro del área de rotura. El algoritmo de rotura del oleaje siempre es activo en el modelo.

- *Modelado del oleaje monocromático*

- Condiciones iniciales

A pesar de que el OLUCA-RD se aplica típicamente con trenes de ondas monocromáticos, no existe una restricción intrínseca a este caso. Como condición inicial se da una onda monocromática, la cual define a partir de un período (T0), una dirección (θ0) y una altura de ola inicial (H0), la cual es impuesta sobre la línea de mar abierto de la malla (correspondiente a x = 0). Como esta línea es paralela al eje y, la onda se define generalmente por:

$$A(0,y) = \frac{H_0}{2}\ e^{ily} \qquad (18)$$

donde H0 es la altura de ola inicial y l es el número de onda en la dirección y. La l está relacionada con el número de onda k por la relación l = k sen(θ0), donde θ0 es el ángulo que forma la onda con el eje x.

El contorno del fondo se define a partir de la batimetría inicial y un nivel de marea, con los cuales se genera una malla regular de cálculo.

- Superficie libre y altura de ola en el domino

Asumiendo que la superficie libre del agua es periódica en el tiempo y que la dependencia espacial se puede dividir en una fase que varía rápidamente y en una amplitud que varía lentamente, la elevación de la superficie libre del agua, η, puede ser representada como:

$$\begin{aligned} &\eta(x,y) = \mathrm{Re}\{A(x,y)e^{\psi}\} \\ &\psi = i\overline{K}x - \sigma \\ &\overline{K}(x) = \frac{1}{B}\int_0^B k(x,y)dy \end{aligned} \qquad (19)$$

donde:

x, y = sistema de coordenadas, tal que el eje x va en la dirección principal de propagación y el eje y perpendicular a éste.

Re(z) = parte real de un número complejo z.

A(x, y) = amplitud compleja, definida en un punto x, y del dominio.

k(x, y) = número de onda en un punto x, y.

$\overline{K}(x)$ = número de onda medio, representativo de una fila en y.

B = ancho del dominio (en el eje y).

Cuando el campo de oleaje consiste de ondas planas, A(x,y) puede ser representada en términos de la amplitud constante (a) y una dirección (θ) como:

$$A(x,y) = ae^{i\left[\left(k\cos\theta-\overline{K}\right)x+ksen\theta y\right]} \qquad (20)$$

La altura de ola en cada punto del dominio se define como:

$$H(x,y) = 2\left|A(x,y)\right| = 2a \tag{21}$$

A.2.5 Implementación del modelo parabólico en el OLUCA-SP

La ecuación (8) del modelo parabólico se ha implementado dentro del modelo espectral de propagación OLUCA-SP, teniendo en cuenta los aspectos que se explican a continuación:

- *Dispersión del oleaje debido a la altura de ola significante*

Con el fin de incluir efectos no lineales en la propagación de componentes de energía de un estado de mar, Kirby et al. (1994) propone modificar las relaciones de dispersión aplicadas en ondas monocromáticas (Hedges, ecuación (11) y modelo híbrido, ecuación (12)). Esta modificación se fundamenta en que los efectos no lineales incrementan su importancia cuando la rotura del oleaje es fuerte. Dado que la altura de ola significante Hs, es importante dentro de los modelos de rotura como se verá más adelante, ésta ha sido incluida en las modificaciones en las relaciones de dispersión.

El modelo OLUCA-SP permite las siguientes opciones de ecuaciones de dispersión, para una frecuencia dada j:

$$\sigma_j^2 = gk_j(1+\varepsilon_j^2 D_j)\tanh(k_j h) \quad \text{Stokes sin modificar} \tag{22}$$

$$\sigma_j^2 = gk_j \tanh(k_j h + \varepsilon_s) \quad \text{Hedges modificado} \tag{23}$$

$$\sigma_j^2 = gk_j(1+ f_{1j}\varepsilon_j^2 D_j)\tanh(k_j h + f_{2j}\varepsilon_s) \quad \text{Modelo híbrido modificado, Kirby} \tag{24}$$

donde:

$$\varepsilon_j = k_j |A|_{jl}$$
$$\varepsilon_s = k_j H_s / 2 \qquad (25)$$

siendo h la profundidad en un punto dado del dominio, y Dj, f1j y f2j los mismos definidos anteriormente, para una frecuencia j. De estas opciones la (24) cubre un mayor rango de profundidades de agua.

- <u>*Modelado de la disipación de energía*</u>

- Disipación por fricción en el fondo

De manera similar al modelo de propagación de oleaje monocromático, la disipación por fondo aparece en la ecuación parabólica (8), mediante el término:

$$+\frac{\gamma_{jl}}{2} A_{jl} \qquad (26)$$

Donde γjl se define para cada componente frecuencial i y direccional l. Al igual que el modelo monocromático se tienen tres posibilidades: (1) capa límite laminar en superficie y fondo; (2) capa límite turbulenta; y (3) fondo poroso de arena. La más utilizada y por defecto en el modelo es la segunda, expresada como:

$$\gamma_{jl} = \frac{2\sigma_j \; fk_j \left| A_{jl} \right| (1 - i)}{3\pi \sinh(2k_j h) \sinh(k_j h)} \qquad (27)$$

- Disipación por rotura del oleaje

En general, los modelos de disipación del oleaje en rotura pueden clasificarse en dos categorías:

modelos de disipación asociado a la propagación de bores; y

modelos que determinan la variación espacial de la energía de las olas o de la "wave action".

El modelo OLUCA-SP permite seleccionar entre tres modelos, dos de la primera categoría (Battjes y Janssen, 1978 y Thornton y Guza, 1983) y otro de la segunda categoría (Winyu y Tomoya, 1998).

Cuando el oleaje se aproxima a profundidades reducidas cercanas a la zona de rotura, domina fundamentalmente el asomeramiento y la refracción debido al contorno del fondo. Se incrementan las velocidades y se genera disipación debido principalmente a la fricción del fondo y percolación. Dadas las características aleatorias del oleaje en un estado de mar (diferentes amplitudes, períodos y fases), no existe un punto de rotura, sino una zona de rotura donde en cada punto existen olas rotas y no rotas, siendo la turbulencia el principal mecanismo de disipación. Con lo cual, el proceso de disipación de energía del oleaje asociado a un porcentaje de olas rompiendo en una profundidad dada, se encuentra ligado a las propiedades estadísticas del estado de mar en dicho punto (altura de ola significante, Hs o altura de ola cuadrática media Hrms).

El OLUCA-SP resuelve numéricamente el sistema mediante avances espaciales en el dominio, en cada paso, propaga todas las componentes de energía, las cuales recompone linealmente para obtener Hs o Hrms (asociadas a un estado de mar). Siendo esta información estadística, la que se emplea como entrada al modelo de disipación de energía debido a la rotura. El OLUCA-SP aplica una aproximación espectral al proceso de rotura del oleaje sin considerar la rotura individual de las componentes propagadas.

La disipación por rotura en la ecuación parabólica (8), se incluye mediante el término:

$$+\alpha A_{jl} \tag{28}$$

donde:

$$\alpha = \frac{4\overline{D}}{\rho g H_{rms}^{2}} \tag{29}$$

siendo Hrms la altura de ola media cuadrática y $\overline{D}$ la tasa media temporal de disipación de energía por unidad de área, debida a la rotura del oleaje. El OLUCA-SP presenta como alternativas los siguientes modelos de $\overline{D}$:

$$\overline{D}=\begin{cases}\frac{\alpha_1}{4}\rho g f_p H_{rms}^2\left(\frac{-LnQ_b}{1-Q_b}\right)Q_b & \text{Battjes y Janssen (1978)}\\ \frac{3\sqrt{\pi}}{16}\rho g\frac{B^3 f_p}{\gamma^4 h^5}H_{rms}^7 & \text{Thornton y Guza (1983)}\\ \frac{k_5}{8h}\rho g Q_b C_p H_{rms}^2\left[1-\frac{(\Gamma_e h)^2}{H_{rms}^2}\right] & \text{Winyu y Tomoya (1998)}\end{cases} \tag{30}$$

con:

$\alpha 1$	=	constante asociada al tipo de rotura ($\alpha 1 \sim 1$)
fp	=	frecuencia pico
Hrms	=	Hrms (x, y) altura de ola media cuadrática
Qb	=	Qb (x, y) fracción de olas rotas en una profundidad del agua
B	=	constante asociada al tipo de rotura (B~1)
k5	=	constante proporcional (k5=0.1)
Cp	=	velocidad de fase asociada a la frecuencia pico
Γe	=	factor de estabilidad de la ola

Una calibración de los distintos parámetros de ajuste de estas expresiones en casos de laboratorio y playas reales, pueden ser consultados en G.I.O.C. (2000). Estos parámetros ya calibrados han sido fijados por defecto dentro del OLUCA-SP.

- *Modelado del oleaje espectral*

- Condiciones iniciales

El oleaje asociado a un estado de mar se define a partir de un espectro bidimensional (S), el cual se localiza en el contorno exterior del dominio (mar adentro), dicho espectro se compone de un espectro frecuencial (E) y una función de dispersión dirección (D), tal como se muestra a continuación:

$$S(f,\theta)=E(f,h)\cdot D(\theta) \tag{31}$$

El modelo OLUCA-SP permite dos maneras de definir el espectro frecuencial, una mediante la lectura de un archivo externo, y otra a partir de un espectro TMA (Texel Marsen Arsloe) propuesto por Bouws et al. 1985. El espectro TMA (ETMA) se aplica en zonas cercanas a la costa donde las profundidades son relativamente poco profundas y las olas son afectadas por el fondo, se define a partir de un espectro JONSWAP (EJON), el cual es modificado por una función adimensional de la profundidad Φk (Hughes, 1984), siendo su expresión como se muestra a continuación:

$$E(f,h) = E_{TMA}(f,h) = E_{JON}(f) \cdot \Phi_k(\omega_h) \quad (32)$$

El espectro frecuencial de entrada queda definido a partir de cuatro parámetros: la profundidad del agua (h); la altura de ola significante (Hs); la frecuencia pico (fp); y el factor de ensanchamiento del pico (γ : γ = 8~10 oleajes tipo Swell, γ = 2~4 oleajes tipo Sea).

La distribución angular de ondas individuales de un espectro en el OLUCA-SP, se describe a partir de la siguiente función direccional normalizada, D(θ), propuesta por Borgman (1984):

$$D(\theta) = \frac{1}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{J} \left\{ \exp\left[-\frac{(j\sigma_m)^2}{2} \right] \cos j(\theta - \theta_m) \right\} \quad (33)$$

La función de dispersión direccional queda definida a partir de dos parámetros: (1) θm es la dirección media del oleaje; y (2) el parámetro σm que determina el ancho de la dispersión direccional (σm = 5 espectro estrecho y σm = 30 espectro ancho). J un número arbitrario de armónicos para representar la serie de Fourier (valor seleccionado en el OLUCA-SP J = 100). Esta expresión que ha sido aplicada con buenos resultados por diferentes autores (Vicent et al., 1989; Panchang et al., 1990, Pae et al., 1992; Chawla et al., 1998).

A partir del espectro bidimensional definido por la ecuación (31), éste se divide en componentes de igual energía: (Nf componentes frecuenciales) x (Nθ componentes direccionales), las cuales son propagadas simultáneamente aplicando el modelo parabólico de la ecuación (8), sobre una malla de la batimetría.

- Superficie libre

De manera similar a la superficie libre monocromática, la superficie libre del oleaje espectral se puede expresar como:

$$\eta = \sum_j \sum_l \eta_{jl} = R_e \left\{ \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} A_{jl}(x,y) e^{\psi_j} \right\}$$

$$\psi_j = i\overline{K}_j x - \sigma_j \qquad (34)$$

$$\overline{K}_j = \frac{1}{B} \int_0^B k_j(x,y)dy$$

donde:

x, y = Sistema de coordenadas, tal que el eje x va en la dirección principal de propagación y el eje y perpendicular a éste.

j, l = Índice que representan la frecuencia y dirección respectivamente.

Re(z) = Parte real de un número complejo z.

Ajl (x, y) = Amplitud de onda compleja para una componente frecuencial, j y direccional, l. Definida en un punto (x, y) del dominio.

Nf, Nθ = Número de discretizaciones en frecuencia y dirección, respectivamente.

kj (x, y) = Número de onda para una componente con frecuencia angular, j.

σj = Frecuencia angular para la componente j.

$\overline{K}_j(x)$ = Valor representativo del número de onda asociado a una frecuencia angular j, en una coordenada x.

B = ancho del dominio (en el eje y).

Ajl (x, y) puede ser representada para cada componente espectral, en términos de una amplitud constante ajl y una dirección θjl como:

$$A_{jl}(x,y) = a_{jl} e^{i\left[\left(k_j \cos\theta_{jl} - \overline{K}_j\right)x + k_j sen\theta_{jl} y\right]} \quad (35)$$

- Clima de oleaje

El proceso de discretización del espectro bidimensional, permite definir componentes de energía a las cuales se les asocia una amplitud compleja Ajl, con una frecuencia fj y un ángulo de incidencia θl. Para determinar las pérdidas de energía asociadas a la rotura del oleaje, ecuación (30), es necesario definir en cada punto del dominio una altura de ola estadística (altura de ola significante, Hs o altura media cuadrática Hrms). Asumiendo una distribución de alturas de ola de Rayleigh y utilizando la información de las componentes espectrales en cada punto (x, y) del dominio, la altura de ola significante se puede estimar como:

$$H_s(x,y) = \left(8 \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{l=1}^{N_\theta} \left|A_{jl}(x,y)\right|^2\right)^{1/2} \quad (36)$$

y la altura de ola media cuadrática Hrms, como:

$$H_{rms}(x,y) = \sqrt{2} H_s(x,y) \quad (37)$$

También en cada punto (x,y) del dominio se puede definir el espectro frecuencial E(f), como:

$$E(f_j) = \frac{\sum_{l=1}^{N_\theta} \left|A_{jl}(x,y)\right|^2}{2(\Delta f_j)} \quad (38)$$

Donde j = 1, ..., Nf y Δfj = ancho de incremento frecuencial para fj.

Al objeto de definir el espectro bidimensional en un punto (x,y) del dominio, el espectro direccional se define dividiendo en 37 rangos de 5º entre [θ=-92.5º y θ=92.5º]. Para cada frecuencia, las componentes propagadas poseen un ángulo el cual se ubica en alguno de los 37 rangos direccionales. Posteriormente, se suma la energía para cada uno de los rangos. El espectro direccional se obtiene como:

$$S(f_j,\theta_k)=\frac{\sum_{l=1}^{z_{jk}}\left|A_{jl}(x,y)\right|^2}{2\Delta f_j \Delta\theta} \tag{39}$$

Donde k = 1, ...37; $\Delta\theta$ = 5º; zjk = número de componentes en la frecuencia j que se encuentran en el rango k de dirección.

A.2.6 Hipótesis del modelo parabólico de propagación

1. Fluido: No viscoso, incompresible y densidad constante.
2. Flujo: Irrotacional y estacionario.
3. Dinámicas: Presión constante en la superficie libre; no se considera la acción del viento y no se considera la acción de Corolis.
4. Contornos: se asume que la variación del fondo con las coordenadas horizontales, son pequeñas en comparación con la longitud de onda.
5. Propagación

- No linealidad débil:

Dependencia de la ecuación de dispersión con la amplitud (Modelo OLUCA-RD), y con la altura de ola significante (Modelo OLUCA-SP); modelo híbrido no lineal Stokes-Hedges.

- Aproximación parabólica:

Las componentes se propagan principalmente en una dirección (x). Con lo cual se desprecian términos $\left(\frac{\partial^2(\;)}{\partial x^2}\right)$. La solución es tanto más aproximada cuanto menor variación haya en la dirección x.

Esta aproximación parabólica implica varias ventajas y desventajas:

Ventajas: (1) se ha mostrado como una ecuación de gobierno correcta para la propagación de componentes lineales sobre fondos de pendientes suaves, en presencia de corrientes; (2) es una ecuación de tipo parabólico y, como tal, no necesita condiciones en todo el contorno, sino que basta con una condición inicial en el contorno desde el que se va a propagar y condiciones en los contornos laterales; y (3) es una herramienta muy útil para reducir el esfuerzo y el tiempo de computación, pues pueden utilizarse esquemas implícitos de seis puntos como el de Crank-Nicholson y obtener soluciones rápidas y estables.

Desventajas: (1) limitación del ángulo de propagación del oleaje a ±55o con respecto al eje principal, (x); (2) se desprecia el efecto de las ondas reflejadas; y (3) las soluciones son tanto más aproximadas cuanto menor variación haya respecto a esa dirección principal.

A.2.7 Método de resolución

- *Técnica de Crank-Nicolson*

El modelo parabólico se resuelve adecuadamente mediante la técnica de diferencias finitas. Para lograrlo, la batimetría del área de estudio debe ser introducida en los nodos de una malla (x,y) rectangular, con incrementos en metros entre nodos de: Dx, Dy. Las coordenadas de un nodo se definen mediante los índices i, j de manera que x = (i-1)Dx e y = (j-1)Dy. Los valores de la amplitud compleja A(i,j) se determinan de manera que satisfagan la ecuación parabólica para todo i entre 1 y M y para todo j entre 1 y N. El procedimiento incluye expresar todas las derivadas en las direcciones (x,y) en términos de la amplitud compleja en varios puntos de la malla.

Debido a la no-linealidad de la ecuación en diferencias finitas, los términos no lineales se aproximan en un primer barrido utilizando los valores Ai,j. Una vez se han calculado los términos $A_{i+1,j}$, la ecuación se resuelve de nuevo para $A_{i+1,j}$, utilizando ahora los valores bien calculados de los términos no lineales. Este proceso iterativo de doble barrido asegura que las no-linealidades del modelo se traten con exactitud (Kirby and Dalrymple (1983a)).

La solución progresa moviendo una fila de la malla en la dirección x (incrementando i en uno) y utilizando la técnica implícita-implícita de doble barrido se determina la amplitud compleja $A_{i+1,j}$ para todos los valores j de esa fila. En el caso monocromático solo se propaga una componente, en el caso espectral se propagan (N_f * N_θ) componentes simultáneamente entre la fila i y la fila i+1. Progresando en la dirección del oleaje, se repiten los cálculos hasta determinar los $A_{i,j}$ en todos los puntos i,j. Aunque parezca que el método de Crank-Nicolson pueda ser costoso en tiempo de computador, debido a que se realiza una inversión de matriz para cada fila de la malla, las matrices son 3xN y el procedimiento de inversión es, de hecho, muy rápido. El procedimiento es económico en requerimientos de memoria, dado que sólo son necesarios los valores en las filas i e i+1 en cada cálculo.

- *Condiciones Iniciales y de Contorno*

La condición inicial es vital para el modelo parabólico. En la primera fila del lado del mar, correspondiente a i=1, se define el oleaje incidente (monocromático o espectral). Estos oleajes se propagan entonces sobre la batimetría del modelo. En la sección de Oleaje se ha descrito las diferentes condiciones iniciales que se pueden implementar tanto para el OLUCA-RD como el OLUCA-SP.

Como en la solución de cualquier ecuación diferencial, las condiciones de contorno laterales son importantes. Existen varias maneras de tratar los contornos; sin embargo, ninguna de las condiciones de contorno existentes hasta el presente logran la transmisión total del oleaje radiado. Por lo tanto, en los dos modelos se utiliza generalmente una condición lateral de contorno totalmente reflejante en cada lado j=1 y j=N. Esto requiere que la especificación de la malla del modelo se realice con cuidado, debido a que la reflexión en los laterales de la onda incidente se puede propagar rápidamente hacia el área de interés, dando resultados erróneos. En general, la anchura del modelo debería ser tal que las reflexiones en los laterales no alcancen el área de interés.

A.2.8 Bibliografía

Battjes, J.A. and J.P.F.M. Janssen (1978). “Energy loss and set-up due to breaking of random waves”, Proc. 16th Coastal Engineering Conf., ASCE, 569-587.

Berkhoff, J.C.W. (1972). "Computation of combined refraction-diffraction", Proceedings of the 13th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Vancouver, 471-490.

Berkhoff, J.C.W., N. Booij and A. C. Radder (1982). “Verification cumputations with linear wave propagation models for simple harmonic linear waves”, Coastal Engineering, 1, 1271-1290.

Bettess, P. and O.C. Zienkiewicz (1977). "Diffraction and refraction of surface waves using finite and infinite elements," Int. J. for Numerical Methods in Engrg., 1, 1271-1290.

Booij, N. (1981). "Gravity waves on water with non-uniform depth and currents," Report nı 81-1, Delft University of Technology, 131.

orgman, L.E. (1984). “Directional spectrum estimation for the Sxy gages”. Tech. Rep., Coastal Engineering Research Center, Vicksburg, Miss.

Bouws, E., H. Gunther, W. Rosenthal and C. Vincent (1985). “Similarity of the wind wave spectrum in finite depth water”, J. Geophys. Res., 90, 975-986.

Chawla, A., H.T. Özkan and J.T. Kirby (1998). “Spectral model for wave transformation and breaking over irregular bathymetry”, Journal of Water., Port, Coastal and Ocean Eng., 189-198.

Chu, V.C. and C.C. Mei (1970). "On slowly varying Stokes waves," J. Fluid Mech., 41, 873-887.

Dally, W.R., R.G. Dean and R.A. Dalrymple (1985). "Wave height variation across beaches of arbitrary profile," Journal of Geophysical Research, 90, C6, 11917-11927.

Dalrymple, R.A., J.T. Kirby and P.A. Hwang (1984). "Wave diffraction due to areas of energy dissipation," Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, vol. 110, nı 1, 67-79.

Dean, R.G. and R.A. Dalrymple (1984). "Water wave mechanics for engineers and scientists," Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

Djordjevic, V.D. and L.G. Redekopp, (1978). "On the development of packets of surface gravity waves moving over and uneven bottom," Z. Angew. Math. and Phys., 29, 950-962.

G.I.O.C. (1999). "OLUCA-RD, Modelo integral de propagación de oleaje y corrientes en playas". Manual de referencia I, Universidad de Cantabria-Ministerio Medio Ambiente. Santander (España).

G.I.O.C. (2000). "OLUCA-SP, Modelo espectral de propagación de oleaje y corrientes en playas". Manual de referencia, Universidad de Cantabria – Ministerio de Medio Ambiente. Santander (España).

Greene, R.R. (1984). "The rational approximation to the acoustic wave equation with bottom interaction", J. Acoust. Soc. Am., 76, 1764-1773.

Hedges, T.S. (1976). "An empirical modification to linear wave theory", Proc. Institute of Civil Engineering, 61, 575-579.

Houston, J.R. (1981). "Combined refraction-diffraction of short waves using the finite element method," Applied Ocean Res., 3. 163-170.

Hughes, S.A. (1984). "The TMA shallow-water spectrum description and applications". Tech. Report CERC-84-7, Coast. Eng. Res. Center, Waterways experiment station. Vicksburg, Miss.

Jonsson, I.G. and O. Skovgaard (1979). "A mild-slope wave equation and its application to tsunami calculations," Mar. Geodesy, 2, 41-58.

Kirby, J.T. (1983). "Propagation of weakly-nonlinear surface water waves in regions with varying depth and current", ONR Tech. Rept. 14, Res. Rept. CE-83-37, Department of Civil Engineering, University of Delaware, Newark.

Kirby, J.T. and R.A. Dalrymple (1983a). "A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography," J. Fluid Mech., 136, 543-566.

Kirby, J.T. and R.A. Dalrymple, (1983b), "The propagation of weakly nonlinear waves in the presence of varying depth and currents," Proc. XXth Congress I.A.H.R., Moscow.

Kirby, J.T. and R.A. Dalrymple (1984a). "Verification of a parabolic equation for propagation of weakly non-linear waves," Coastal Engineering, 219-232.

Kirby, J.T. and R.A. Dalrymple (1985). "Modifications to a propagation model for the combined refraction-diffraction of Stokes waves; shallow water, large angle and breaking wave effects," Report UFL/COEL-85/001, Coastal and Oceanographical Engineering Department, University of Florida, Gainesville.

Kirby, J.T. (1986a). "Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves," Journal of Geophysical Research, 91, C1, 933-952.

Kirby, J.T. (1986b). "Open boundary condition in parabolic equation method," Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, vol. 112, nı 3, 460-465.

Kirby, J.T. (1986c). "Rational approximations in the parabolic equation method for water waves," Coastal Engineering, 10, 355-378.

Kirby, J.T. and H.T. Özkan (1994). "Combined refraction/diffraction model for spectral wave conditions. Ref/Dif s version 1.1. Documentation and user's manual, report No. CACR-94-04", Center Applied Coastal Research, University of Delaware.

Liu, P.L.F. and R.A. Dalrymple (1984). "The damping of gravity water waves due to perculation", Coastal Engineering.

Liu, P.L.F. and T.K. Tsay (1984). "On weak reflection of water waves," Journal Fluid Mech., 131, 59-71.

Luke, J.C. (1967). "A variational principle for a fluid with a free surface," Journal of Fluid Mechanics, vol. 27 (2), 395-397.

MacCamy, R.D. and R.A. Fuchs (1954). "Wave Forces on Piles: a Diffraction Theory". Tech. Memo, 69, Beach Erosion Board.

Madsen, P.A., R. Murray and O.R. S∅rensen (1991). "A new form of Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics". Coastal Eng. 15, 371-388.

Pae, W., H. Mase and T. Sakai (1992). "Probabilistic calculation model of directional random waves", Proc. 23rd Int. Conf. On Coastal Engrg., Orlando, 540-550.

Panchang, V.G., G. Wei, B. R. Pearce and M.J. Briggs (1990). "Numerical simulation of irregular wave propagation over shoal". J. Wtrwy. Port, Coast., and Oc. Engrg., ASCE, 116(3), 324-340.

Phillips, O.M. (1966). "The dynamics of the upper ocean," Cambridge University, 261

Radder, A.C. (1979). "On the parabolic equation method for water-wave propagation," Journal of Fluid Mechanics, vol. 95, part 1, 159-176.

Skovgaard, O., I.G. Jonsson and J.A. Bertelsen (1975). "Computation of wave heights due to refraction and friction," Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, 101, WW1, 15-31.

Sommerfeld, A. (1886). Mathematische theorie der diffraction. Math. Annalen, 47, pp. 317-374.

Thornton, E.B. and R.T. Guza (1983). "Transformation of wave height distribution", J. Geophys. Res., 88, c10, 5925-5938.

Vincent, C.L. and M.J. Briggs (1989). “Refraction-diffraction of irregular waves over a mound”. J. Wtrwy. Port, Coast., and Oc. Engrg., ASCE, 115(2), 269-284.

Winyu, R. and S. Tomoya (1998). “Energy dissipation model for regular and irregular breaking waves”, Coastal Eng. Journal, Vol. 40, nº 4, 327-346.