ANEXO 4

MODELO DE CORRIENTES DE ROTURA

COPLA-MC/SP

A.4 MODELO DE CORRIENTES DE ROTURA COPLA-MC/SP

Antes que nada, es de aclarar que tanto el texto como el desarrollo de este anexo ha sido realizado por el Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas, GIOC, de la Universidad de Cantabria. Su inclusión en el informe tiene la única finalidad de dar más claridad sobre los modelos utilizados para el desarrollo del proyecto.

A.4.1 Introducción

Los modelos Copla-MC y Copla-SP resuelven las ecuaciones de flujo debido a la rotura del oleaje monocromático (MC) y oleaje espectral (SP) en playas.

Los programas Copla-MC y Copla-SP forman parte del “Modelo Integral de Propagación de Oleaje, Corrientes y Morfodinámica en Playas” (Mopla). El cual integra una serie de modelos numéricos que permiten llevar a cabo un análisis a corto plazo en playas.

Además del Copla-MC y Copla-SP, el Mopla incluye los “Modelos de Propagación de Oleaje Monocromático y Espectral” (Oluca-MC y Oluca-SP) y los “Modelos de Erosión/Sedimentación” (Eros-MC y Eros-SP), donde MC significa monocromático y SP espectral.

A.4.2 Planteamiento teórico del problema

- *Introducción*

Los modelos Copla-MC y Copla-SP, son modelos numéricos que resuelven las ecuaciones de flujo dentro de la zona de rompientes. Toman como datos de entrada aquellos datos de salida del campo de oleaje calculado a partir de los modelos Oluca-MC y Oluca-SP respectivamente.

Dentro del movimiento del fluido, las corrientes que se generan en la costa influyen de forma importante en la conformación morfológica de las playas, siendo este sistema de corrientes, en muchos de los casos, de notable complejidad. Johnson (1919), distinguió los siguientes tipos de corrientes que pueden contribuir al desarrollo de la línea de costa: corrientes debidas al oleaje, corrientes de marea, corrientes hidráulicas asociadas a oscilaciones de bahías, corrientes debidas al viento, corrientes planetarias asociadas a sistemas oceánicos circulatorios, corrientes debidas a ríos, etc. De todas ellas, en la mayoría de los casos, son las corrientes debidas al oleaje las más importantes en el desarrollo de la línea de costa.

El sistema circulatorio en la zona de rompientes es dominado por las fuerzas inducidas por el oleaje y asociadas a la rotura del mismo. El modelado del sistema circulatorio en la zona de rompientes es necesario para resolver el transporte de sedimentos y las variaciones morfológicas en la línea de costa.

Estos modelos se basan, fundamentalmente, en la resolución de las ecuaciones promediadas del movimiento y la ecuación de la continuidad. Sin embargo, estas ecuaciones pueden ser resueltas con diferentes grados de complejidad. En cualquier caso, la utilización de las ecuaciones promediadas precisa unas expresiones para las tensiones tangenciales y turbulentas que obligan a introducir una serie de ecuaciones de cierre.

El modelo más completo es el tridimensional (3-D) que resuelve las ecuaciones en una malla tridimensional y, por tanto, las características del sistema circulatorio en toda la columna de agua, a lo largo y perpendicularmente a la costa. Este tipo de modelos en la actualidad requiere un gran espacio computacional, debido al tamaño del sistema a resolver, y tiene grandes dificultades de calibración, dadas sus características tridimensionales.

Con el fin de simplificar el modelo circulatorio, se reduce una dimensión, pasando a los modelos bidimensionales (2-D). La técnica de resolución numérica más comúnmente utilizada es diferencias finitas y, especialmente, esquemas de tipo implícito, dado que éstos reducen las inestabilidades numéricas.

Existen dos aproximaciones diferentes a estos modelos, los puramente 2-D (2-DV) y los modelos integrados en vertical (2-DH). En el primer caso (2-DV), (Dally y Dean (1984), Stive y Battjes (1984)), se asume que las velocidades y gradientes en la dirección paralela a la costa son nulos y los resultados obtenidos son velocidad y niveles. Los modelos (2-DH), (Basco (1983), de Vriend (1987)) resuelven las ecuaciones del movimiento y de continuidad integradas en vertical sobre una malla y como resultado se obtiene niveles y las dos componentes horizontales de la velocidad; sin embargo, presentan el inconveniente de perder la estructura vertical del flujo. Toda la estructura vertical del flujo queda embebida en la expresión de la fricción en el fondo.

- *Modelo de corrientes en la zona de rompientes*

- Planteamiento del problema

Shepard e Inman (1950) propusieron una justificación de la existencia de corrientes inducidas por el oleaje en un análisis bidimensional de la propagación y rotura del oleaje. Este análisis fue completado por otro tridimensional por los mismos investigadores, donde se puso de manifiesto por primera vez el concepto de un sistema circulatorio de corrientes en la zona litoral.

En los últimos años se han presentado diversas teorías que han permitido contestar algunas cuestiones planteadas, pero siempre con carácter parcial y con fuertes limitaciones en su aplicación a casos muy concretos y particulares. Pero estas teorías han presentado un mundo más complejo que el descrito en el modelo de Shepard e Inman. Uno de los grandes avances en este área surgió a partir de la introducción del concepto de tensión de radiación, Longuet-Higgins y Stewart (1962), concepto que puede ser explicado de la siguiente manera:

Con el paso de una onda, se puede considerar dos movimientos: el movimiento instantáneo de las partículas y el movimiento neto de las partículas o transporte de masa. En profundidades indefinidas e incluso intermedias, este transporte de masa es pequeño; sin embargo, en profundidades reducidas, donde la onda se propaga a lo largo de un talud, como es el caso de la playa, la celeridad de la onda decrece, la velocidad instantánea crece, lo mismo que la velocidad de transporte de masa, en el momento de romper la ola, se igualan las velocidades instantáneas, de masa y celeridad, en magnitud y dirección; en la rotura, se inyecta un exceso de masa de agua que genera un exceso de cantidad de movimiento dentro de la zona de rompientes, denominados tensores de radiación, los cuales son los generadores de corrientes en playas debidos únicamente al oleaje.

- Hipótesis del modelo

El modelo de corrientes en playas se deduce a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes, con base en las siguientes hipótesis:

Con respecto al fluido:

- Fluido homogéneo.
- Incompresible.
- Densidad constante.

Con respecto al movimiento:

- La variación del fondo del mar con respecto a la horizontal es lenta (aceleraciones verticales muy pequeñas), lo que implica que las prinicipales caracterísitcas del sistema de corrientes en playas estén contenidos en la variación horizontal de las propiedades integradas en la profundidad, por lo que la velocidad de corriente (u,v) es independiente de la profundidad.
- Los movimientos asociados a las corrientes de playa son permanentes, permitiendo esto promediar las ecuaciones que los representan en el tiempo (período del oleaje), lo cual significa que para períodos de tiempo mayores al del período del oleaje las variaciones temporales son despreciables. Cada tren de ondas incidente crea su propio sistema circulatorio de corrientes.
- Los efectos de viscosidad molecular son débiles, excepto en contornos, en consecuencia, se puede admitir que el movimiento oscilatorio es esencialmente irrotacional, Longuet-Higgins y Stewart (1962).
- Las fluctuaciones turbulentas debidas al oleaje son despreciables.
- Se rechaza la fuerza de Coriolis.

- Las corrientes son suficientemente débiles como para considerarse su interacción con el tren de ondas.

- Modelo de corrientes en playas

El modelo bidimensional de corrientes en playa se deduce de las ecuaciones de Navier-Stokes. Si se integra estas ecuaciones en la profundidad y se promedian en un período de tiempo en un sistema de coordenadas localizado en el nivel medio del mar (x = dirección transversal a la playa; y = dirección longitudinal a la playa; z = dirección vertical) bajo las hipótesis anteriormente planteadas, se obtiene las siguientes ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento:

Continuidad:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (UH)}{\partial x} + \frac{\partial (VH)}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

Momentum:

- Dirección x (transversal a la playa)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + g\frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{1}{\rho H}\frac{\partial}{\partial x}(S_{xx}) +$$
$$\frac{1}{\rho H}\frac{\partial}{\partial y}(S_{xy}) + \frac{gU}{C^2 H}(U^2+V^2)^{1/2} - \varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\right] = 0 \qquad (2)$$

- Dirección y (longitudinal a la playa)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + g\frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{1}{\rho H}\frac{\partial}{\partial x}(S_{xy}) +$$
$$+\frac{1}{\rho H}\frac{\partial}{\partial y}(S_{yy}) + \frac{gV}{C^2 H}(U^2+V^2)^{1/2} - \varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)\right] = 0 \qquad (3)$$

donde:

$$H = \eta + h \tag{4}$$

$$S_{xx} = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{\eta}(\rho u^2 + p)\,dz\,dt - \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{0} p_0\,dz\,dt \tag{5}$$

$$S_{yy} = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{\eta}(\rho v^2 + p)\,dz\,dt - \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{0} p_0\,dz\,dt \tag{7}$$

$$V = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{\eta} v(x,y,z,t)\,dzdt \tag{6}$$

$$S_{xy} = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{\eta} \rho uv\,dz\,dt \tag{9}$$

$$\eta = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T} \eta(x,y,t')\,dt' \tag{8}$$

$$U = \frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}\int_{-h}^{\eta} u(x,y,z,t)\,dzdt \tag{10}$$

<u>Tensores de radiación debido al oleaje monocromático (modelo Copla-MC)</u>

Aplicando la teoría lineal de ondas, se obtiene las expresiones para los tensores de radiación al 2º orden:

$$S_{xx}(x,y) = E\left(n\cos^2\theta + n - \frac{1}{2}\right) \quad (11)$$

$$S_{yy}(x,y) = E\left(n\,sen^2\theta + n - \frac{1}{2}\right) \quad (12)$$

$$S_{xy}(x,y) = E\,sen\theta\cos\theta \quad (13)$$

donde:

$$E = \frac{\rho g\,H_1^2}{8} \quad (14)$$

$$n = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{2kh}{senh\,2kh}\right] \quad (15)$$

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (16)$$

con lo cual los tensores de radiación en cada punto del dominio dependen de (H1, T, θ, h), parámetros que se obtienen a partir del “Modelo de Propagación de Oleaje” (Oluca-MC).

Tensores de radiación debido al oleaje irregular (Modelo Copla-SP)

Los tensores de radiación debidos a un oleaje irregular se calculan con base en los tensores que generan cada una de las componentes de energía. Dichas componentes se propagan formando un ángulo θ con respecto al eje x y la suma lineal de todas éstas en un punto del dominio, determinan las siguientes expresiones de los tensores de radiación:

$$S_{xx}(x,y) = \frac{1}{2}\rho g \sum_{j=1}^{N_f}\sum_{l=1}^{N_\theta}\left|A_{jl}\right|^2\left[n_j(1+\cos^2\theta_{jl}) - \frac{1}{2}\right] \qquad (11a)$$

$$S_{yy}(x,y) = \frac{1}{2}\rho g \sum_{j=1}^{N_f}\sum_{l=1}^{N_\theta}\left|A_{jl}\right|^2\left[n_j\left(1+sen^2\theta_{jl}\right) - \frac{1}{2}\right] \qquad (12\ a)$$

$$S_{xy}(x,y) = \frac{1}{4}\rho g \sum_{j=1}^{N_f}\sum_{l=1}^{N_\theta}\left|A_{jl}\right|^2 n_j sen(2\theta_{jl}) \qquad (13\ a)$$

$$n_j = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2K_j h}{senh(2k_j h)}\right) \qquad (15\ a)$$

Las variables dependientes del problema son η, U, V, que representan la elevación de la superficie libre sobre el nivel de referencia y las velocidades de las corrientes promediadas en vertical en un período de tiempo en las direcciones x e y, respectivamente.

Las otras variables de la ecuación son:

Ajl(x, y) = amplitud para una componente frencuencial j y direccional l, en un oleaje irregular

h = calado hasta el nivel de referencia

H = calado total

j = componente frecuencial en un oleaje irregular

l = componente direccional en un oleaje irregular

n = relación de velocidad del grupo cg con respecto a la velocidad de fase c

nj = relación de velocidad de grupo cgj con respecto a la velocidad cj de la componente frecuencial j

t = tiempo

T = período del oleaje

Sxx = tensor de radiación actuando en el plano x a lo largo del eje x

Sxy = tensor de radiación actuando sobre el plano y a lo largo del eje x (por simetría Sxy=Syx)

Syy = tensor de radiación actuando en el plano y a lo largo del eje y

η(x,y,t) = elevación de la superficie libre a partir del nivel medio del mar

u = velocidad instantánea en dirección x

v = velocidad instantánea en dirección y

E = energía del oleaje monocromático

k = número de onda

ki = número de onda asociado a la componente frecuencial j

θ = ángulo del vector número de onda con el eje x

θjl = ángulo del vector número de onda con el eje x para una componente frencuencial j y direccional l

c = coeficiente de Chézy

ε = coeficiente de "Eddy viscosity" o viscosidad de remolino

P = presión total (dinámica mas estática)

P0 = presión estática a partir del nivel medio de referencia

H1 = altura de ola

g = aceleración de la gravedad

ρ = densidad del flujo.

- *Discusión de los parámetros*

Los dos parámetros importantes que influyen en el movimiento de las corrientes son: la rugosidad del fondo, expresada por el número de Chézy, c (m1/2/s) y la viscosidad de remolino "Eddy viscosity", ε.

- Rugosidad del fondo

El término de fricción es un término consumidor de cantidad de movimiento debido a la fricción del flujo (interacción oleaje - corriente) con el fondo. Gran cantidad de modelos de rugosidad en la zona de rompientes se han planteado en la literatura, como es el caso de Longuet-Higgins (1970), Thornton (1970), Jonsson (1966), Grant y Madsen (1979), Tanaka y Shuto (1981), donde plantean sistemas combinados de oleaje-corriente. El principal problema de estas formulaciones a nivel numérico, es la dificultad de su calibración, debido a la cantidad de parámetros que intervienen y la dificultad en algunos casos para medirlos. Tanto en el Copla-MC como en el Copla-SP se emplean expresiones análogas a las de flujo en ríos y estuarios; que en este tipo de modelos han funcionado apropiadamente:

En x:

$$\frac{gU}{c^2 H}(U^2+V^2)^{1/2} \qquad (17)$$

En y:

$$\frac{gV}{c^2 H}(U^2+V^2)^{1/2} \qquad (18)$$

Como puede observarse, el término de rugosidad depende de la profundidad; a menor profundidad, mayor resistencia al flujo, consumiendo mayor cantidad de movimiento, también depende de las velocidades medias y de un coeficiente denominado de Chézy, c.

- Coeficiente de fricción de Chézy (Modelo Copla-MC)

Para el caso de corrientes a partir de un oleaje monocromático, se ha implementado una formulación de rugosidad constante (c = cte.) en todo el dominio de cálculo.

El rango de variabilidad recomendado en playas para este tipo de formulación de fricción con c, está entre (5 y 20 m1/2/s). Éste es un valor mucho menor que el típico en zonas de estuarios y ríos (30 a 50 m1/2/s), debido a la gran fricción que genera el oleaje.

El modelo evalúa el coeficiente de rugosidad de Chézy, c (m1/2/s), como una función espacial y temporal de la hidrodinámica y características de los sedimentos del fondo:

$$c(x, y, t) = 18\log\left(\frac{12H}{Kswc}\right) \qquad (18\ a)$$

donde x, y son las coordenadas espaciales en el plano, t = tiempo, H(x,y,t) es la profundidad total del agua en metros y, Kswc (x,y,t) es la rugosidad efectiva en metros.

La rugosidad hidráulica representada por, Kswc, es un flujo con fondo móvil, se define como:

$$Kswc = Ks + Ksf \qquad (18\ b)$$

donde:

Ks: es la rugosidad asociada al tamaño de los sedimentos del fondo, rugosidad de Nykuradse (Van Rijn (1993, 1984 a, b); Hey (1979); Gladki (1975); Kamphuis (1979); Einstein (1950)).

Ksf: es la rugosidad asociada a las formas del lecho, debido a la interacción oleaje-corriente (Van Rijn (1993, 1984 a, b); Yalin (1972)).

Normalmente en flujos de corriente (flujo en caudales, ríos, ...), sin la presencia del oleaje, la rugosidad efectiva es un orden de magnitud menor (Ks~0.1Kswc). Se propone dentro del modelo con rango recomendado ($0.0 < Kswc \leq 2.0$), definiéndose por defecto en zonas de playa con interacción ola-corriente (Kswc = 1.0 m).

- Viscosidad de remolino

Este parámetro se emplea para describir la "turbulencia" en la zona de rompientes. Asumiendo que la turbulencia en esta zona es isotrópica, el término de turbulencia se escribe usualmente de la siguiente forma:

En x:

$$\varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)\right] \qquad (19)$$

En y:

$$\varepsilon\left[\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)\right] \qquad (20)$$

Esta expresión se basa en la analogía con el flujo laminar, donde los esfuerzos cortantes se asumen proporcionales al gradiente de la velocidad media.

La intensidad de la turbulencia causada por las olas rompiendo está distribuida en toda la zona de rompientes. El actual conocimiento sobre la difusión de la turbulencia todavía no es suficiente y una discusión en detalle con respecto a este parámetro es imposible hoy en día; han sido propuestas muchas expresiones para ε; Bowen (1969), Thornton (1970), Longuet-Higgins (1979). Sawaragi (1992) presenta un resumen de formulaciones hechas para este parámetro en corrientes de playas, pero ninguna de ellas deja de ser más que una hipótesis.

La turbulencia, al igual que la fricción, es consumidora de cantidad de movimiento y comienza a ser más importante que el término de fricción a mayores profundidades, del orden del tamaño de los elementos de la malla.

En este modelo se permite al igual que con, c, definir, ε, como una constante en toda la malla.

Como puede verse en las ecuaciones (19) y (20), el término de turbulencia relaciona de alguna forma las velocidades medias (U,V) con el tamaño de malla (Δx, Δy) y el parámetro de viscosidad de remolino, ε.

Se define como rango recomendado para ε;

$$\varepsilon_{\min} \le \varepsilon \le \varepsilon_{\max} \quad (20\ a)$$

donde,

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\Delta s^2}{8\Delta t} \text{ con } \Delta_s = \text{mínimo}\left(\Delta x, \Delta y\right) \quad (20\ b)$$

$$\varepsilon_{\min} = \frac{\varepsilon_{\max}}{10} \quad (20\ c)$$

Para obtener un orden de magnitud de ε, se puede aplicar la siguiente relación empírica:

$$\varepsilon = K_2\, \Delta x\, U \quad (21)$$

donde K2 es un parámetro entre [1.5~2.5] y U es una velocidad media en la zona de rompientes.

Tomando un K2 ~ 2 y U ~ 0.5 m/s, obtenemos que ε ~ Δx, lo cual es un orden de magnitud adecuado para definir la viscosidad de remolino en la zona de rompientes. Un valor típico para ε en playas varía entre 15 y 25, que son tamaños típicos de mallas en la zona de rotura.

A.4.3 Método de resolución

- *Técnica de Solución Numérica*

Para resolver el sistema de ecuaciones bidimensional de movimiento, se emplea un método implícito de dirección alterna usado por Leendertse (1970), método utilizado en el modelo H2D de propagación de ondas largas y el cual es la base numérica de este modelo.

Las ecuaciones linealizadas del movimiento se pueden escribir en forma de matriz y el método para su resolución emplea un esquema centrado con dos niveles de tiempo, resultando tener una aproximación de segundo orden en espacio y tiempo. El primer paso en el procedimiento computacional consiste en un barrido de la malla en el eje x para, posteriormente, hacer un barrido en el eje y. Una vez concluidos los dos barridos, se ha avanzado un paso de tiempo. El método de resolución es bastante eficiente.

La aplicación de la apropiada ecuación a una fila o columna de la malla transforma el sistema en uno de ecuaciones lineales cuyo coeficiente matricial es tridiagonal. Los problemas de matrices tridiagonales pueden ser resueltos directamente, sin ser necesaria la inversión de matrices.

A medida que se resuelve cada paso de tiempo, se va obteniendo los valores de la velocidad (U,V) y de la superficie libre (η) en cada uno de los puntos de la malla. El resultado final resulta ser el campo de velocidades y niveles para cada punto y a lo largo del tiempo.

El modelo tiene la posibilidad de incluir dentro los cálculos, los términos convectivos no lineales y los términos asociados a la turbulencia.

Hay dos parámetros fundamentales para la estabilidad del modelo: el primero es el intervalo de tiempo para ejecutar los cálculos, y el segundo la discretización espacial del tamaño de malla.

- *Intervalo de Tiempo, Δt:*

El intervalo de tiempo para los cálculos debe cumplir la relación de estabilidad de Courant, definida por la siguiente expresión:

$$\Delta t = \frac{c_U \Delta x}{\sqrt{gh} + U}$$

donde:

Δt = intervalo de tiempo de cálculo

Δx = discretización espacial del tamaño de la malla

h = profundidad máxima del dominio

U= orden de magnitud de la velocidad media esperada

cU = número de Courunt, donde cU = 10 cuando no se tienen en cuenta los términos no lineales, cU = 2 con términos no lineales

g = aceleración de la gravedad.

- *Discretización Espacial, Δx:*

Este parámetro es seleccinado anteriormente como limitante del modelo de propagación de oleaje, el cual necesita definir, por lo menos, 8 puntos por una longitud de onda de la ola propagada.

Para resolver el sistema, una estimativo del tamaño de los elementos de la malla, se puede obtener mediante la relación:

$$\Delta x = \frac{L}{8} \cong \frac{\sqrt{gh}\, T}{8}$$

donde T es el período de la onda y h una profundidad característica.

- *Condiciones Iniciales:*

Las condiciones iniciales al modelo de corrientes, se obtienen de los archivos de salida de los programas Oluca-MC y Oluca-SP, los cuales son ejecutados previamente dadas unas características de altura de ola, dirección, período y nivel de marea, (Oluca-MC) u oleaje definido por un espectro bidimensional (Oluca-SP).

Con estos valores de oleaje, el modelo evalúa los gradientes de los tensores de radiación, elementos generadores de corrientes.

Es importante resaltar que el modelo parte de un estado de reposo en el tiempo cero; inmediatamente después, se introducen unos esfuerzos en el flujo de agua, necesitando un tiempo para llegar a una estabilización del sistema, donde U,V y η son constantes en el tiempo.

A.4.4 Bibliografía

Basco, D.R., 1983. Surf-Zone Currents. Coastal Engrg., Elsevier, 7, pp. 331-357.

Bowen, A.J., 1969a. The generation of Longshore Currents on a Plane Beach. 5 Marine Res., Vol. 27, pp. 206-215.

Bowen, A.J., 1969b. Rip Currents, 1: Technical Investigations. J. Geophys. Res., Vol. 83, pp. 1913-1920.

Dally, W., and R.G. Dean, 1984. Suspended Sediment Transport and Beach Profile Solution. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng. Vol. 110, Nº 1, p 15 - 33.

Grant, W.D., O.S. Madsen, 1979. Combined Wave and Current Interaction with a Rough Bottom. J. Geophys. Res., Vol. 84, pp. 1797-1808.

Johnson, I.G., 1966. Wave Boundary Layer and Function Factors. Proc. 10th Coastal Engrg. Conf., ASCE, pp. 127-148.

Longuet-Higgins, M.S., 1970. Longshore Currents Generated by Obliquely Incident Sea Waves. 1, 2, 5 Geophys. Res., Vol. 75, pp. 6778-6801.

Longuet-Higgins, M.S., R.W. Stewart, 1964. Radiation Stresses in Water Waves -A Physical Discussion with Applications. Deep-Sea Res., Vol. 11, pp. 529-562.

Longuet-Higgins, M.S., R.W. Stewart, 1962. Radiation Stress and Mass Transport in Gravity Waves, with Application to 'Surf Beat'. 5, Fluid ;ech., Vol. 13, pp. 481-504.

Shepard, F.P., D.L. Inman, 1950. Nearshore Circulation Related to Bottom Topography and Wave Refraction. Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 3, No. 2, pp. 196-212.

Stive, M.J.F., J.A. Battjes, 1984. A Model for Offshore Sediment Transport. Proc. 19th Intl. Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 1420-1436.

Tanaka, H., y Shuto, 1981. Function Coefficient for a Wave-Current Coexistent System. Coastal Engrg. in Japan, Vol. 24, pp. 105-128.

Thornton, E.B., 1970. Variation of Longshore Current across the Surf Zone. Proc. 12th Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 291-308.

de Vriend, H.J., 1987. Two- and Three-Dimensional Mathematical Modelling of Coastal Morphology. Delft Hydraulics Communications, No. 377.